

カーネル密度推定と混合正規分布モデルによる 2011年東北地方太平洋沖地震の走時分析 Analysis of Travel Time using the Kernel Density Estimation and Gaussian Mixture Model

○久世 益充¹, 能島 暢呂²
Masumitsu KUSE¹ and Nobuoto NOJIMA²

¹ 岐阜大学流域圏科学研究センター
River Basin Research Center, Gifu University
² 岐阜大学工学部 社会基盤工学科
Department of Civil Engineering, Gifu University

The evaluation of earthquake motion is basic problem in the earthquake engineering. In this study, the Kernel density estimation and the Gaussian mixture model were applied of the 99-dimensional feature vector on the basis of Husid plot. As the case study, the acceleration records observed from the 2011 Off the Pacific Coast of Tohoku Earthquake were used. The shape of envelopes that were calculated by proposed method were similar to the earthquake motion. Next, the travel time using the acceleration record and proposed method were compared with the source process. The average and standard deviation of element model from the Gaussian mixture model were shown that the information of source process are included.

Key Words : Kernel density estimation, Gaussian mixture model, Travel time, Feature vector, Husid plot, The 2011 Off the Pacific Coast of Tohoku Earthquake

1. はじめに

地震動特性の評価は地震工学における基本的な課題であり、地震動ごとに異なる特徴を的確に捉えることが重要である。筆者らは正規化加速度累積パワー曲線(Husid plot)に基づいた地震動の経時特性について、その評価方法を検討した^{1),2)}。本研究では、Husid Plot より算出した99次元の特徴ベクトルを用いて、地震動振幅の走時を比較した。具体的には、99次元の特徴ベクトルから地震動包絡線を確率密度分布で近似した著者らの手法³⁾を2011年東北地方太平洋沖地震で観測された波形記録に適用し、地震動の走時特性、ならびに震源過程の関連性について考察した。

2. 特徴ベクトルと地震動波形の包絡線近似

(1) 特徴ベクトルの算出

1.で前述したように、著者ら³⁾は99次元の特徴ベクトルを用いて、地震動の包絡線を確率密度分布で近似した。近似では、ノンパラメトリックモデルであるカーネル密度推定、セミパラメトリックモデルである混合正規分布モデルをそれぞれ適用した。99次元の特徴ベクトルは、水平1成分ごとの地震動加速度波形 $A(t)$ の全パワーで正規化された累積パワー曲線(Husid plot) $P_c(\tau)$ より算出する。図1に概念図を示す。本研究では、式(1)の $P_c(t)$ よ

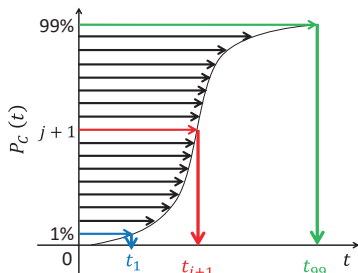


図1 Husid plot と特徴ベクトル t の概念図(文献1に加筆)

り、1%刻みで離散化した99個のパーセントタイル値 $t_i(i=1, \dots, 99)$ を99次元の特徴ベクトル $t = \{t_i\}$ と定義する。

$$P_c(t) = \frac{100 \int_0^t A^2(\tau) d\tau}{\int_0^{t_{end}} A^2(\tau) d\tau} \quad (1)$$

(2) カーネル密度推定による包絡線近似

要素数 M (本研究では99次元) の特徴ベクトル t が与えられたときの密度関数 $p(t)$ は次式のように求められる。

$$p(t) = \frac{1}{Mh} \sum_{i=1}^M K\left(\frac{t-t_i}{h}\right) \quad K(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) \quad (2),(3)$$

$$h = \frac{0.9\sigma}{M^{1/5}} \quad \sigma = \min\left\{s, \frac{Q_{75} - Q_{25}}{1.34}\right\} \quad (4),(5)$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^M (t_i - \bar{t})^2}{M}} \quad (6)$$

ここに、 $K(t)$ はカーネル関数で、本研究ではガウス分布を採用する。また、 h は平滑化パラメータ(バンド幅)であり、Silvermanの方法^{4),5)}では、ベクトル t の標本標準偏差 s と、四分位範囲(第3四分位点 Q_{75} と第1四分位点 Q_{25} との差)を1.34で除した値(標準正規分布での標準偏差に相当)との小さい方の値を採用した σ およびデータ数 M に基づいて定められる。なお、図1に後述する3波形の h は、AKT008 は12.84(s)、CHB003 は2.91(s)、MYG004 は10.09(s)であった。

(3) 混合正規分布モデルによる包絡線近似

平均 μ 、標準偏差 σ の正規分布の確率密度関数を、

$$\phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\} \quad (7)$$

とすとき、 G 個の正規分布を要素モデルとする混合正規分布の確率密度関数は、

$$p(t; \theta) = \sum_{g=1}^G \pi_g \phi(t; \mu_g, \sigma_g) \quad (8)$$

で表される。ただし、 $\pi_g (g=1, \dots, G)$ は式(9)を満たし、 θ は全てのパラメータを表したものである。

$$\pi_g \geq 0, \sum_{g=1}^G \pi_g = 1 \quad \theta = \{\pi_g, \mu_g, \sigma_g; g=1, \dots, G\} \quad (9), (10)$$

要素モデル数 G は BIC (Bayesian Information Criterion) に基づいて決定する。BIC は最尤推定で得られたモデルのパラメータを $\hat{\theta}$ として、次式より評価される。

$$\text{BIC}(\hat{\theta}) = -2 \sum_{i=1}^M \ln p(t_i; \hat{\theta}) + k \ln M \quad (11)$$

ただし M は要素数 (本研究では 99)、 k はモデルの自由度、すなわちパラメータ数であり、本研究の場合、式(10)より $k=3G-1$ となる。

3. 東北地方太平洋沖地震の記録への適用と考察

(1) 特徴ベクトルに基づく包絡線近似の比較

2011 年東北地方太平洋沖地震において、防災科学技術研究所 K-NET⁶⁾ で観測された 691 地点の加速度記録 (EW 成

分) を用いて 99 次元の特徴ベクトル $\mathbf{t} = \{t_i\}$ を算出し、カーネル密度推定と混合正規分布モデルを適用した。

図 2 に加速度波形を示す。図示した波形は、(a) 地震動が長く標準的な包絡線形状を有した波形、(b) 振幅が鋭く単峰形の波形、(c) 複数の大振幅を持つ双峰形の波形である。図 3 に確率密度分布を近似した結果を示す。灰線のカーネル密度推定結果は、図 2 の加速度波形と比較して、地震動の包絡線形状を概ね近似できていると言える。赤線の混合正規分布モデルは、BIC による最適の要素モデル数で近似した結果であり、単峰形の AKT008、CHB003 は要素モデル数 2、双峰形の MYG004 は要素モデル数 3 であった。また、カーネル密度推定と比較して、AKT008、CHB003 はほぼ一致している。MYG004 はピークの鋭さがかなり強調された結果であるが、包絡線の傾向は近似できていると言える。

表 1 に、図 2、図 3 のパラメータ一覧を示す。図 1 の加速度波形は 0.01 秒間隔で 300 秒分の加速度データを使用しており、最もパラメータが多い。カーネル密度推定は 99 次元の特徴ベクトルより推定した包絡線である。混合正規分布モデルは特徴ベクトルをさらに次元縮約した結果であり、表に示すように、5 次元 (要素モデル数 2) または 8 次元 (要素モデル数 3) で包絡線形状を縮約表現可能であることが確認できた。

(2) 混合正規分布モデルにおける要素モデル数の地域比較

対象の 691 波形について、混合正規分布モデルを適用した場合の最適な要素モデル数の分布を図 4 に示す。図中の赤丸は野津による疑似点震源モデルのサブイベント地点であり⁷⁾、4. で後述する。要素モデル数が 4 以上の波形もごく一部に見られるが、ほとんどの波形が要素モデル数 1~3 (2, 5, 8 次元) で包絡線を近似していることが確認できる。図 4 の分布を見ると、1 つの要素モデル数で近似できた観測波形は日本海沿岸部~中部、関西にかけて分布している。図示は省略するが、これらは比較的継続時間が長い波形が多い。青森県・北海道に見られる

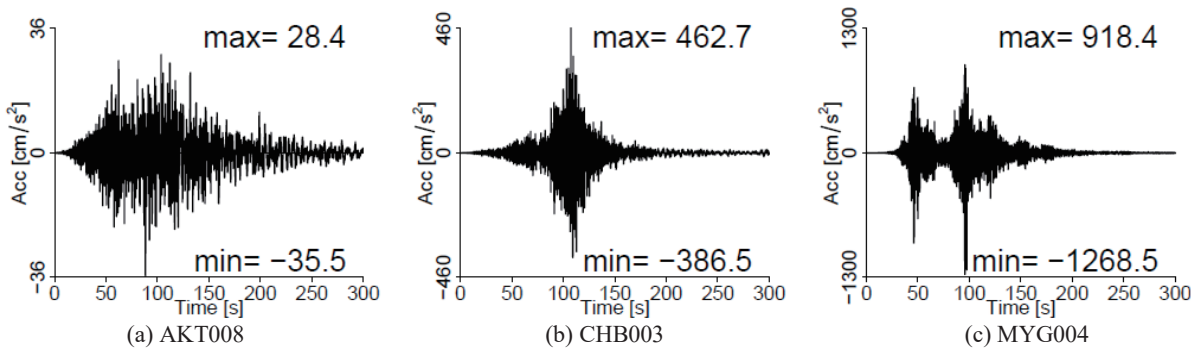


図 2 加速度波形の比較

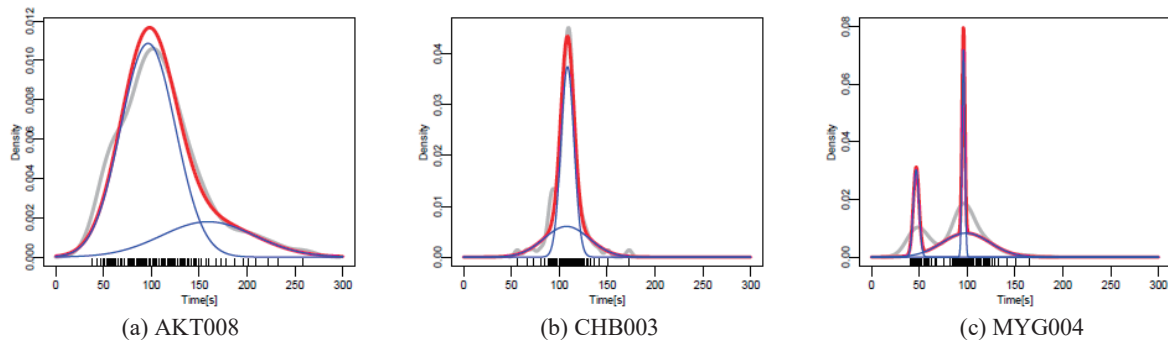


図 3 カーネル密度推定、混合正規分布モデルによる包絡線近似の比較 (下黒線は特徴ベクトルの時間分布、灰線はカーネル密度推定結果、赤線は混合正規分布モデル、青線は混合正規分布モデルの要素モデル)

双峰形がやや崩れた傾向の波形や、関東地方に見られる鋭く尖ったピークの波形は要素モデル数 2 であった。双峰形の特徴を有し、比較的震源に近い岩手県・宮城県の波形は、要素モデル数 3 であった。図 4 より、要素モデル数より波形の包絡形状のおおまかな傾向を推察することが可能である。なお、地震動の特徴を抽出・分類した著者らの検討結果^{1),2)}でも、図 4 に類似の傾向が見られた。

4. 震源過程と走時曲線の比較

(1) 強震動生成域の走時特性と包絡形状の比較

以上の考察より、次元縮約した地震動の包絡線近似が有効であることが確認できた。ところで、2011 年東北地方太平洋沖地震では、特徴的な波群があることが指摘されている^{例えは⁸⁾}。そこで、本研究で近似した地震動の包絡形状と震源過程について、ペーストアップ図を作成して考察した。図 5 に、東北地方から関東地方の太平洋に面した 6 県(青森県, 岩手県, 宮城県, 福島県, 茨城県, 千葉県)の観測波形を用いて作成したペーストアップ図を示す。図中の縦軸は震源距離であり、気象庁震源情報⁹⁾と観測点の位置情報より算出した。図 5 では、震源北方の観測点は正の値、南方の観測点は負の値で示した。

走時については、気象庁の JMA2001 走時表¹⁰⁾より求めた。JMA2001 走時表は、市川・望月¹¹⁾の走時表を修正した浜田ら¹²⁾の走時表について、上野ら¹³⁾が人工地震や M4 以上の内陸の浅い自然地震の走時データを参考に修正したものである。加えて、メッシュ間隔を小さくし、水平方向に 0~2000km の範囲で 10km 間隔、深さ方向に深さ 200km までは 10km 間隔、200~700km は 20km 間隔で整備し、高精度化されたものである。走時計算においては、浜田ら¹³⁾の方法と同様に、水平方向に隣接する 3

点、深さ方向に隣接する 3 点の合わせて 9 点の走時表の値より、距離・深さ方向共に 2 次式で内挿して求めた。

さらに図 5 では、波形の特徴と震源過程について考察するため、野津による疑似源震源モデル⁷⁾を用いて、9 個のサブイベントの走時を示した。疑似点震源モデルは震源モデルを単純化することを目的に提案されたモデルであり、9 個のサブイベントは、近傍の観測波形より走時を読み取って得られたスーパーアスペリティ¹⁴⁾を基に、図 4 のように設定された。アスペリティを点震源に相当するサブイベントとして表し、図 5 のようにサブイベントの走時と観測波形を比較することで、震源過程の関係を考察した。なお、図 5 は震源距離を基準に整理しているため、サブイベントの走時は同図上ではばらついていない。これは、震源とサブイベントで観測地点までの距離が異なることを、震源距離で統一表示したことによる。

図 5(a)に示す加速度波形のペーストアップを見ると、震源北方では震源近傍の 4 個のサブイベントが S 波到達から約 20 秒後、約 60 秒後に 2 組の波群として到達し、その後残りの 5 個のサブイベントが順に到達している。この結果が岩手県・宮城県に見られる双峰形の波形の特徴として表れていることがわかる。震源南方では北方と同様に震源近傍の 2 個のサブイベントが S 波到達から約 20 秒後に到達し、7 個のサブイベントは、約 60 秒後から順に到達している。2 個のサブイベントは震源に近い地点では振幅が大きい、遠方では距離減衰により小さくなることを確認できる。一方、残り 7 個のイベントは、震源に近い地点ではばらつきが見られるが、震源距離約 300km 以上では比較的集中しており、この効果が、茨城県・千葉県に見られる単峰形の鋭いピークが特徴的な波形として表れることがわかる。

ところで、加速度波形を比較した図 5(a)では、振幅の時間変動が複雑なため、地震波の走時と最大振幅が表れる時刻の比較が少々難しい。そこで、本研究で定義した 2 種類の包絡線近似を用いて比較する。カーネル密度推定による包絡形状と走時を比較した図 5(b)を見ると、同図(a)と比べて、シンプルな包絡形状で表現しているため、波形ごとの走時や最大振幅が表れる時刻を容易に比較することが可能である。混合正規分布モデルによる包絡形状を用いた図 5(c)では、図 3 に示したように、波形によってはピークを強調した包絡線になるため、同図(a), (b)よりも最大振幅をより明瞭に比較することが可能である。加えて、図 5(c)の包絡線は、表 1 に前述したように少ないパラメータで表していることから、混合正規分布モデルにより数次元程度に縮約した波形より走時や震源過程を考察可能であると言える。

(2) 混合正規分布モデルのパラメータによる比較

図 6 に、混合正規分布モデルより得られた要素モデルのパラメータ(μ_g, σ_g)より算出した、 $\mu_g, \mu_g \pm \sigma_g, \mu_g \pm 2\sigma_g$ を比較した結果を示す。パラメータの添字 g は 2.(3)に前述したように要素モデルの番号であり、ここでは、 μ_g が早いものから順に μ_1, μ_2, μ_3 とした。図に示すように、 μ_g は大きな振幅が見られる時刻におおむね対応している。震源北方の包絡形状を見ると、赤・緑で示した μ_1, μ_2 が 2 つの波群を表している。震源南方では、震源に比較的近い波形では赤・緑は分離しているが、震源から遠ざかると μ_1, μ_2, μ_3 が同じ時間帯に重なっており、4.(1)に前述したように、単峰形のピークが表れる特徴と対応していることがわかる。さらに、北方震源に比較的近い波形では、 $\mu_g - 2\sigma_g$ が大振幅の走時と考えられる時刻にプロッ

表 1 パラメータ数の比較

| | AKT008 | CHB003 | MYG004 |
|-----------|--------|--------|--------|
| 加速度波形 | 30000 | | |
| カーネル密度推定 | 99 | | |
| 混合正規分布モデル | 5 | 5 | 8 |

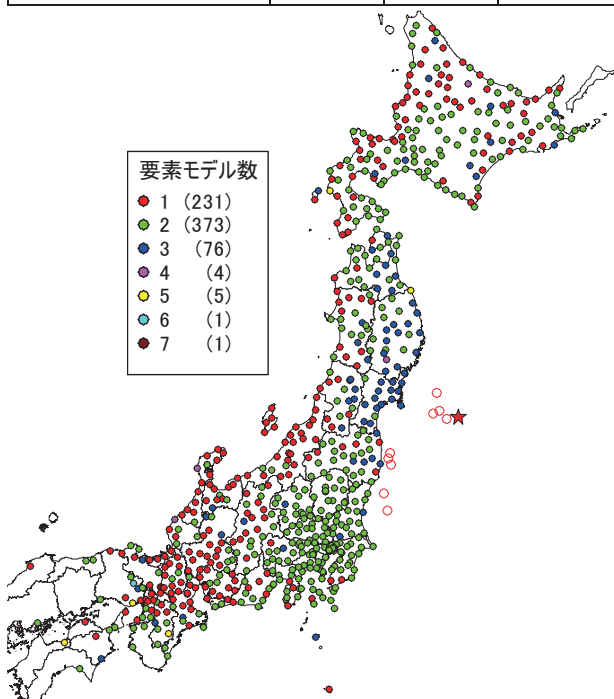
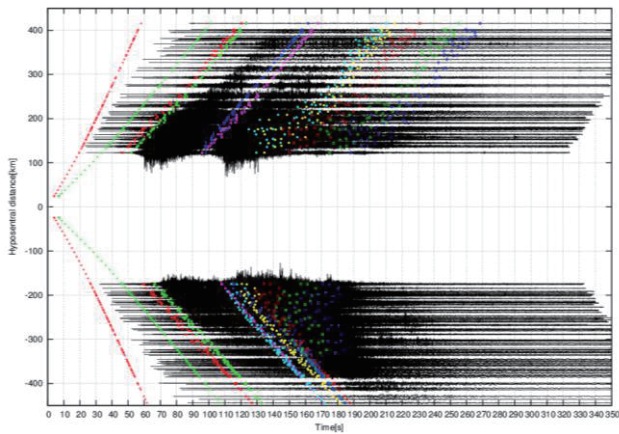
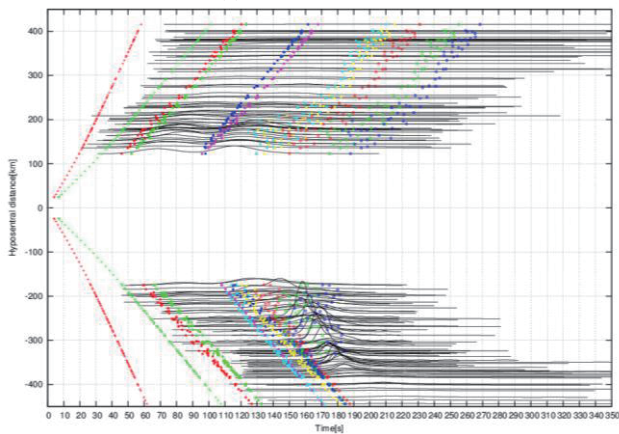


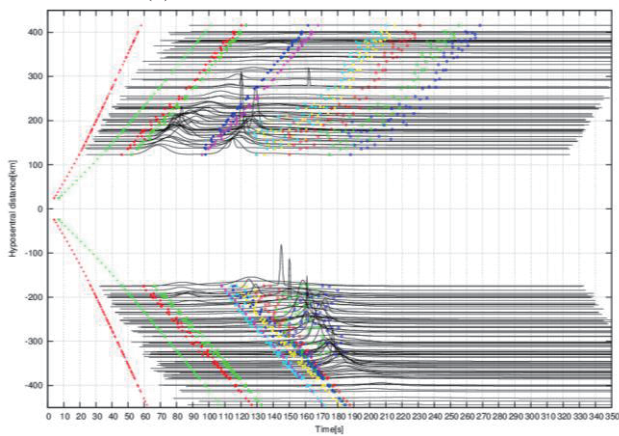
図 4 要素モデル数 G の分布(赤星は震源位置、赤丸は野津⁷⁾によるサブイベントの位置を示す)



(a) 加速度波形の比較



(b) カーネル密度推定と走時の比較



(c) 混合分布モデルと走時の比較

図5 包絡線形状を用いたペーストアップの比較(赤, 緑の十字線はそれぞれP波走時, S波走時, 丸は野津⁷⁾によるサブイベントの走時を示す)

トされていることから, 混合正規分布モデルより得られるパラメータより, 震源過程を考察できる可能性が示唆された。

5. おわりに

本研究では, 著者ら^{1),2)}の特徴ベクトルを基に地震動の包絡線近似を行い, 地域的な特徴と震源過程について考察を行った。加速度波形より99次元(カーネル密度推定)または2~8次元(混合正規分布モデル)に縮約することが可能であることが確認できたと共に, 次元縮約した包絡線より, 震源過程との関連について考察可能であること

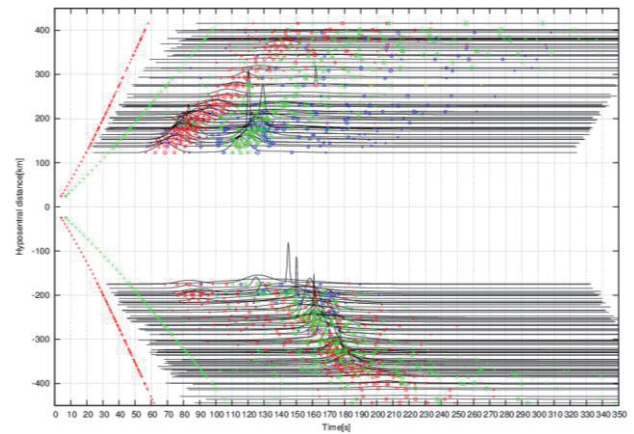


図6 混合分布モデル(要素モデル)の比較(赤, 緑の十字線はそれぞれP波走時, S波走時, 赤・緑・青・紫・黄は順に要素モデル番号(1~5), 丸の大きさは大きな順に, μ_g , $\mu_g \pm \sigma_g$, $\mu_g \pm 2\sigma_g$ を示す)

がわかった。地震動の走時特性や震源過程については, 他の既往地震に適用した場合の比較・考察を行い, 混合正規分布モデルで両者の関連性について考察したい。

謝辞

本研究では(国研)防災科学技術研究所 K-NET の強震記録を使用しました。記して謝意を表します。

参考文献

- 1) 能島暢呂・久世益充・高島拓也: 地震動の経時特性の特徴抽出と階層的クラスター分析による分類, 日本地震工学会論文集 2017. (登載決定)
- 2) 久世益充・能島暢呂・高島拓也: 地震動経時特性の特徴抽出と自己組織化マップによる評価, 土木学会論文集 A1S, Vol.73, No.4, 2017. (登載決定)
- 3) 久世益充・能島暢呂: カーネル密度推定と混合正規分布モデルによる地震動波形の包絡線近似, 平成 29 年度土木学会第 72 回年次学術講演会, 2017.9.(印刷中)
- 4) 金森敬文・竹之内高志・村田昇: パターン認識, R で学ぶデータサイエンス 5, 共立出版, 2009.
- 5) R Documentation, <https://stat.ethz.ch/R-manual/R-devel/library/stats/html/density.html>
- 6) (国研)防災科学技術研究所, 強震観測網(K-NET, KiK-net), <http://www.kyoshin.bosai.go.jp/kyoshin/>
- 7) 野津厚: 強震動を対象とした海溝型巨大地震の震源モデルをより単純化する試み-疑似点震源モデルによる 2011 年東北地方太平洋沖地震の強震動シミュレーション-, 地震 2, 第 65 巻, pp.45-68, 2012.
- 8) 青井真・刃刀卓・鈴木亘・森川信之・中村洋光・先名重樹・藤原広行: 2011 年東北地方太平洋沖地震の強震動, 地震 2, 第 64 巻, pp.169-182, 2012.
- 9) 気象庁: 地震月報(カタログ編), <http://www.data.jma.go.jp/svd/eqev/data/bulletin/index.html>
- 10) 気象庁: 走時表, http://www.data.jma.go.jp/svd/eqev/data/bulletin/catalog/appendix/trtime/trt_j.html
- 11) 市川政治・望月英志: 近地地震用走時表について, 気象研究所研究報告第 22 巻第 3-4 号, pp.229-290, 1971.
- 12) 浜田信生・吉田明夫・橋本春次: 気象庁震源計算プログラムの改良(1980 年伊豆半島東方沖の地震活動と松た群発地震の震源分布の再調査), 験震時報第 48 巻, pp.35~55, 1983.
- 13) 上野寛・畠山信一・明田川保・舟崎淳・浜田信生: 気象庁の震源決定方法の改善-浅部速度構造と重み関数の改良-, 験震時報第 65 巻, pp.123~134, 2002.
- 14) 野津厚: 東北地方太平洋沖地震を対象とするスーパーアスペリティモデルの提案, 日本地震工学会論文集, 第 12 巻, 第 2 号, pp.21-40, 2012.